

# la régression non-linéaire

## méthodes et applications en biologie

S. Huet  
E. Jolivet  
A. Messéan



MIEUX COMPRENDRE

 **INRA**  
EDITIONS

BL. 178

# la régression non-linéaire : méthodes et applications en biologie

Sylvie Huet, Emmanuel Jolivet, Antoine Messéan

IDC 2211  $\frac{1}{1}$

INSTITUT NATIONAL DE LA RECHERCHE AGRONOMIQUE

147 rue de l'Université - 75338 Paris cedex 07

DIFFUSION

11, rue Lavoisier  
F-75384 Paris Cedex 08



# Table des Matières

	Avant-propos	1
	Table des Matières	3
	Liste des notations	7
1	Les modèles de régression non-linéaire	9
	1.1 Les modèles statistiques de régression	11
	Pile ou face, quelques généralités . . . . .	11
	La régression . . . . .	12
	La classe de modèles étudiée . . . . .	14
	1.2 Modélisation de l'espérance	17
	Choix guidé par la théorie . . . . .	17
	Choix guidé par l'allure du phénomène . . . . .	19
	Cas où l'équation de régression n'est qu'un intermédiaire	24
	Un autre point de vue : interprétation des paramètres	25
	Bilan . . . . .	26
	1.3 Modélisation de l'erreur	27
	Choix de la loi . . . . .	27
	Modélisation de la variance . . . . .	29

1.4	<b>Conclusion</b>	<b>35</b>
	Bilan et notations . . . . .	35
	Mise en garde . . . . .	36
	Objectif de l'ouvrage . . . . .	37
	Quelques problèmes apparentés, mais hors sujet . . . . .	38
<b>2</b>	<b>Estimation</b>	<b>45</b>
2.1	<b>Un exemple simple</b>	<b>49</b>
	Moments de $\hat{\theta}_n$ , convergences . . . . .	49
	Loi de $\hat{\theta}_n$ , intervalles de confiance . . . . .	51
	Efficacité de $\hat{\theta}_n$ . . . . .	53
	Bilan . . . . .	53
2.2	<b>Choix des estimateurs</b>	<b>57</b>
	Modèle à erreurs de même loi normale . . . . .	58
	Autres modèles avec lois des erreurs connues . . . . .	67
	Estimateurs des moindres carrés des paramètres de l'es- pérance . . . . .	70
	Modèle général de régression non-linéaire . . . . .	75
	Bilan . . . . .	85
2.3	<b>Propriétés à distance finie</b>	<b>87</b>
	Approche géométrique de la régression non-linéaire . . . . .	88
	Pour une étude asymptotique plus fine . . . . .	106
	Les techniques de rééchantillonnage . . . . .	110
	Bilan . . . . .	115
2.4	<b>Résolution numérique du problème d'estimation</b>	<b>117</b>
	Un exemple simple . . . . .	118
	Calcul de l'estimateur des moindres carrés . . . . .	120
	Cas des autres estimateurs . . . . .	128
	Bilan . . . . .	129
2.5	<b>Exemples d'application</b>	<b>131</b>
	Essai ELISA . . . . .	131
	Dosage du cortisol . . . . .	133
	Repousse d'une prairie . . . . .	140
	Conclusion . . . . .	145

3	<b>Validation du modèle, tests d'hypothèses</b>	<b>147</b>
	<b>3.1 Quelques méthodes graphiques simples de diagnostics</b>	<b>151</b>
	Validation de l'équation de régression . . . . .	152
	Validation du modèle de variation de l'erreur . . . . .	161
	Bilan . . . . .	166
	<b>3.2 Tests d'hypothèses</b>	<b>169</b>
	Remarques préliminaires . . . . .	170
	Un exemple simple . . . . .	170
	Choix d'un sous-modèle - Propriétés des tests . . . . .	173
	Comparaison de courbes . . . . .	180
	Comparaison illustrée des trois types de test - Remarques	183
	Exemples . . . . .	187
4	<b>Intervalles de confiance</b>	<b>197</b>
	<b>4.1 Résultats asymptotiques classiques</b>	<b>201</b>
	Régions de confiance pour l'ensemble des paramètres . . . . .	202
	Intervalles de confiance . . . . .	210
	<b>4.2 Régions de confiance pour une fonction des paramètres</b>	<b>215</b>
	Cas général . . . . .	215
	Prédiction . . . . .	218
	Calibration . . . . .	220
	<b>4.3 Autres méthodes de calcul d'intervalles de confiance</b>	
	- <b>Comparaisons</b>	<b>225</b>
	Corrections géométriques - Reparamétrisation . . . . .	225
	Développement asymptotique . . . . .	227
	Méthodes de rééchantillonnage - Bootstrap . . . . .	230
	Comparaisons . . . . .	231
	Exemple . . . . .	235
	<b>Index</b>	<b>237</b>
	<b>Bibliographie</b>	<b>241</b>

# la régression non-linéaire

## méthodes et applications en biologie

La régression est un domaine de recherche extrêmement vivant en statistique mathématique. Cet ouvrage met en évidence une méthodologie cohérente de la statistique des modèles de régression non-linéaire et fournit les moyens de l'appliquer effectivement. Les auteurs, après avoir choisi un cadre bien délimité, ont cherché à présenter l'état de l'art de cette recherche et à la rendre accessible à des non-spécialistes. Plusieurs exemples concrets, tirés de la pratique des auteurs et empruntés à divers domaines de la biologie et de l'agronomie, servent de fil conducteur au long du document et permettent de montrer l'application de la théorie. Les différentes parties de l'ouvrage sont illustrées de nombreux graphiques.

**Sylvie HURT**, titulaire d'un doctorat de 3<sup>e</sup> cycle en statistique, consacré à l'analyse des dosages biologiques, est chercheur au département de Biométrie de l'INRA.

**Emmanuel JOLIVET**, polytechnicien, titulaire d'un doctorat d'état, est chercheur au département de Biométrie de l'INRA qu'il dirige depuis 1985.

**Antoine MESSIAN**, ingénieur agronome (Paris-Grignon) et titulaire du diplôme de Docteur Ingénieur de l'Université Paris-XI, ancien chercheur à l'INRA, est aujourd'hui directeur scientifique du CETIOM.



ISBN 2-7380-413-X  
ISSN 1144-7605



**INRA**