

gv

gauthier-villars université

515

statistique appliquée

r. heller

**manuel de
statistique
biologique**

Sciences de la nature et de la vie

gauthier-villars

BL 158

DI 41
5300

manuel
de
statistique biologique

René HELLER

*Professeur à l'Université
de Paris VII*

~~SISTE - I~~
JIZI-OUZOU

Deuxième édition, revue et corrigée

IDC 18 15¹/₁

GAUTHIER-VILLARS, ÉDITEUR
Paris - Bruxelles - Montréal

TABLE DES MATIÈRES

PREMIÈRE PARTIE

LA PRÉSENTATION DES DONNÉES NUMÉRIQUES

CHAPITRE 1. — La variabilité des valeurs observées, objet de la statistique 3

EXEMPLE DES MESURES

1. La mesure d'une longueur. — 2. La variabilité de la mesure. — 3. Statistique et calcul d'erreurs.

GÉNÉRALISATION

4. Autres exemples de fluctuations. — 5. Séries statistiques.

CHAPITRE 2. — Distributions discontinues : répartition en classes et représentation graphique 7

1. Définition.

RÉPARTITION EN CLASSES

2. Moyens de définir les classes; intervalle de classe. — 3. Effectif et fréquence d'une classe. — 4. Fréquence cumulée.

REPRÉSENTATION GRAPHIQUE

Diagrammes de fréquences : 5. Diagrammes en bâtons. — 6. Diagrammes en escalier ou histogrammes de fréquences. — 7. Avantages et inconvénients des diagrammes de fréquences.

Diagrammes de densités de fréquence : 8. Moyenne arithmétique. — 9. Notion de densité de fréquence. — 10. Comparaison des deux modes de représentation.

CHAPITRE 3. — Distributions discontinues : paramètres 20

1. Mode et médiane. — 2. Moyenne. — 3. Utilisation des fréquences. —

TABLE DES MATIÈRES

4. Calcul de la moyenne par un changement de variable. — 5. Effet de groupement. — 6. Paramètres de dispersion et écarts à la moyenne. — 7. Écart absolu moyen, semi-interquartile. — 8. Variance et écart-type. — 9. Procédé de calcul. — 10. Exemples de calculs de variances. — 11. Effet de groupement, correction de SHEPPARD. — 12. Moments d'une distribution. — 13. Coefficient de variation. — 14. Intérêt de l'écart-type (ou du coefficient de variation).

CHAPITRE 4. — Distributions continues 33

1. Notion d'intégrale définie. — 2. Classes. — 3. Fréquence élémentaire. — 4. Représentation graphique, courbe de densité de fréquence. — 5. Moyenne. — 6. Écart-type.

DEUXIÈME PARTIE

CALCUL DES PROBABILITÉS ET DISTRIBUTIONS THÉORIQUES

CHAPITRE 5. — Probabilités. Règle des probabilités totales 41

NOTION DE FRÉQUENCE LIMITE

1. Événements aléatoires; épreuves. — 2. Événements impossibles; événements certains. — 3. Événements complémentaires. — 4. Fréquence d'un résultat. — 5. Épreuves répétées. Fréquence limite.

DÉFINITION DE LA PROBABILITÉ

6. Énoncé. — 7. Langage des ensembles. — 8. Formulation symbolique. — 9. Conséquences. — 10. Calcul numérique de la probabilité.

UTILISATION DE L'ANALYSE COMBINATOIRE

11. Arrangements. — 12. Notion de factorielle. — 13. Permutations. — 14. Combinaisons. — 15. Triangle de Pascal. — 16. Exemples d'applications.

RÈGLE DES PROBABILITÉS TOTALES

17. Énoncé. — 18. Exemples. — 19. Calcul direct de la probabilité totale. — 20. Importance du caractère compatible ou incompatible des modalités. — 21. Événements aux probabilités proportionnelles.

TABLE DES MATIÈRES

CHAPITRE 6. — Règle des probabilités composées	60
1. Définition. — 2. Événements formés de constituants équiprobables. —	
3. Règle des probabilités composées. — 4. Théorème de BAYES. —	
5. Événements indépendants. — 6. Indépendance stochastique et indé-	
pendance fonctionnelle. — 7. Exemples d'applications.	
APPLICATION DE LA FORMULE DU BINÔME	
8. Le problème posé. — 9. Le jeu de pile ou face. — 10. Généralisa-	
tion. — 11. La formule du binôme. — 12. Application de la formule à un	
tirage non exhaustif.	
CHAPITRE 7. — Variables aléatoires	81
VARIABLES ET DISTRIBUTIONS ALÉATOIRES	
1. Variable discrète: fonction de répartition. — 2. Variable discrète:	
moyenne et écart-type. — 3. Variable continue.	
OPÉRATIONS SIMPLES SUR LES VARIABLES ALÉATOIRES	
4. Moyenne d'une somme ou d'une fonction linéaire de deux variables	
aléatoires. — 5. Démonstration. — 6. Application : problème de	
l'aiguille. — 7. Moyenne du produit de deux variables aléatoires indé-	
pendantes. — 8. Variance d'une somme ou d'une fonction linéaire de	
deux variables indépendantes. — 9. Démonstration.	
CHAPITRE 8. — La loi des grands nombres	92
1. Énoncé. — 2. Inégalité de Bienaymé-Tchebycheff. — 3. Théorème de	
Bernoulli. — 4. Applications de la loi des grands nombres. — 5. Remar-	
que sur la loi des grands nombres : logique mathématique et vérité	
expérimentale. — 6. Précision sur l'expression « fréquence limite ».	
CHAPITRE 9. — Distributions aléatoires : loi binomiale et loi de Poisson	100
1. Distributions aléatoires.	
DISTRIBUTION BINOMIALE	
2. Définition. — 3. Moyenne et écart-type. — 4. Démonstration. —	
5. Signification de la loi binomiale. — 6. Exemples. — 7. Distribution	

TABLE DES MATIÈRES

binomiale de fréquences ou de proportions (pourcentages). — 8. Loi multinomiale, tirages à plusieurs catégories.

DISTRIBUTION DE POISSON

9. Définition. — 10. Démonstration. — 11. Forme et paramètres. — 12. Signification de la loi de Poisson. — 13. Exemples.

CHAPITRE 10. — Loi de Laplace-Gauss 115

1. Définition. — 2. Origine. — 3. Distribution réduite. — 4. Propriétés de la distribution normale. — 5. Exemples d'utilisation de la distribution normale réduite. — 6. Méthode des probits. — 7. Signification de la loi de Laplace-Gauss. — 8. Somme et fonction linéaire de variables indépendantes normalement distribuées. — 9. Théorème central limite. — 10. Distributions asymptotiquement normales. Approximations. Transformations.

TROISIÈME PARTIE

PROBLÈMES D'ÉCHANTILLONNAGES ET D'ESTIMATIONS

CHAPITRE 11. — Échantillonnages, estimations 135

1. Population et échantillon. — 2. Notion de degrés de liberté. — 3. Estimation des paramètres. — 4. Estimateur correct et absolument correct. — 5. Méthode du maximum de vraisemblance. — 6. Estimation d'une fréquence ou d'un pourcentage. — 7. Estimation de la moyenne. — 8. Estimation de la variance. — 9. Estimations à partir de plusieurs échantillons. — 10. Remarques sur les formules précédentes.

CHAPITRE 12. — Ajustement à une distribution théorique. Test χ^2 147

PRINCIPE DU TEST

1. Méthode générale. — 2. Distribution des échantillons. — 3. Domaine des échantillons de la population de référence. — 4. Emploi du test.

LA LOI DU χ^2

5. Définition. — 6. Propriétés de la distribution. — 7. Limite de la distribution du χ^2 . — 8. Autres propriétés. — 9. Application aux tirages à plusieurs catégories.

TABLE DES MATIÈRES

UTILISATION PRATIQUE DU TEST

10. Remarques fondamentales sur l'emploi des tests statistiques. —
 11. Conditions d'emploi du test. — 12. Exemple d'emploi du test χ^2 :
 ajustement à une loi de Poisson. — 13. Deuxième exemple : ajustement
 à une loi de Laplace-Gauss. — 14. Troisième exemple : lois de Mendel. —
 15. Autres exemples. — 16. Emploi du χ^2 minimum. — Principaux
 usages du test χ^2 .

CHAPITRE 13. — Intervalle de confiance d'une fréquence (proportion ou pourcentage) 167

1. Définition. — 2. Principe du calcul. — 3. Distribution d'échantil-
 lonnage d'un pourcentage. — 4. Cas où la distribution est normale. —
 5. Expression des résultats. — 6. Exemples. — 7. Remarques sur la
 sécurité d'un pourcentage. — 8. Intervalle de sécurité et test χ^2 . —
 9. La distribution du pourcentage n'est pas normale.

CHAPITRE 14. — Comparaison de fréquences (proportions ou pourcentages) 179

1. Principe. — 2. Utilisation de la loi normale. — 3. Exemple. —
 4. Comparaison de la différence observée à une différence non nulle. —
 5. Emploi du χ^2 . — 6. Procédé de calcul et exemple. — 7. Tests d'homogénéité et d'indépendance. — 8. Exemple de test d'indépendance. —
 9. Correction de continuité de Yates. — 10. Généralisation : tableau
 de contingence $k \times l$. — 11. Exemples.

CHAPITRE 15. — Sécurité d'une moyenne. Comparaison de deux moyennes. Test t 195

1. Les problèmes posés.

CAS OÙ LA VALEUR EXACTE DE L'ÉCART-TYPE EST CONNUE

2. Principe de la détermination de l'intervalle de confiance. — 3. Pro-
 cédés de calcul. — 4. Exemples. — 5. Comparaison de deux moyennes. —
 6. Exemples. — 7. Cas particuliers.

CAS OÙ L'ÉCART-TYPE N'EST CONNU QUE PAR SON ESTIMATION

8. Loi de Student. — 9. Intervalle de confiance d'une moyenne. —
 10. Exemples. — 11. Justification de la méthode. — 12. Comparaison
 de deux moyennes. — 13. Exemple. — 14. Justification. — 15. Cas
 particulier : $n_1 = n_2$. — 16. Comparaison d'une différence observée à
 une valeur non nulle. — 17. Comparaison de plusieurs moyennes.

TABLE DES MATIÈRES

CHAPITRE 16. — Intervalle de confiance et comparaison des variances. Test F 214

1. Intervalle de confiance d'une variance. — 2. Exemple. — 3. Échantillons de grande taille. — 4. Loi du F de Snedecor, application à la comparaison de deux variances. — 5. Exemple. — 6. Analyse de la variance : le problème posé. — 7. Somme des carrés des écarts. — 8. Carrés moyens; application du test F . — 9. Procédé de calcul. — 10. Exemple. — 11. Cas de plusieurs facteurs contrôlés.

QUATRIÈME PARTIE

SÉRIES STATISTIQUES DOUBLES

CHAPITRE 17. — Séries statistiques doubles : généralités 229

1. Définition. — 2. Représentation graphique et distribution. — 3. Les paramètres de la série statistique double. — 4. Calcul de la covariance. — 5. Coefficient de corrélation. — 6. Indépendance des deux variables. — 7. Corrélation des deux variables.

CHAPITRE 18. — Notion de régression 240

1. Régression de Y en X . — 2. Droite de régression de Y en X . Méthode des moindres carrés. — 3. Application : équation de la droite de régression. — 4. Autre démonstration. — 5. Régression curvilinéaire traitée par un changement de variable. — 6. Autres exemples de régressions curvilinéaires ramenées à des régressions linéaires. — 7. Intervalle de confiance du coefficient de régression ; comparaison de deux coefficients de régression. — 8. Tests d'inclinaison de la droite de régression par rapport à Ox .

CHAPITRE 19. — Régressions et corrélations 255

1. Droites de régression de Y en X et de X en Y . — 2. Indépendance des deux variables. — 3. Corrélation linéaire parfaite. — 4. Intervalle de confiance du coefficient de corrélation. — 5. Test de linéarité de la régression. — 6. Rapport de corrélation. — 7. Cas intermédiaire : $0 < |r| < 1$. — 8. Procédé pratique de l'étude d'une série statistique double. — 9. Distribution normale à deux variables. — 10. Régression multiple. — 11. Application à une régression du second degré.

TABLE DES MATIÈRES

TABLES NUMÉRIQUES

- I. Carrés des nombres (valeurs exactes).
- II. Factorielles (valeurs approchées).
- III. Distribution de Poisson.
- IV. Probabilités de la distribution normale réduite.
- V. Distribution du χ^2 de K. Pearson.
- VI. Limites de l'intervalle de confiance d'un pourcentage.
- VII. t de Student.
- VIII. F de Snedecor, $p = 0,05$ et $p = 0,01$.
- IX. Limites de l'intervalle de confiance du coefficient de corrélation r autour de $\rho = 0$.
- X. $z = \operatorname{argth} r$.